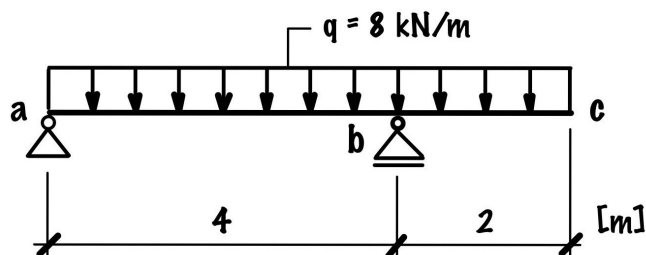


Příklady

1 Pro zadaný nosník určete průhyb a pootočení volného konce © pomocí Mohrovy metody. Uvažujte konstantní ohybovou tuhost po celé délce nosníku o velikosti $EI = 4494 \text{ kNm}^2$



Obrázek 1: Zadání

V prvním kroku je zapotřebí určit hodnoty svislých reakcí v podporách ① a ②. K jejich určení lze použít např. momentové podmínky rovnováhy k bodu ① a silové podmínky rovnováhy do svislého směru z .

$$\sum M_{i,a} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_{i,z} = 0 \quad (2)$$

Dosazením do rovnice (1) se získá

$$R_b \cdot 4 - Q \cdot 3 = 0$$

$$R_b = \frac{48 \cdot 3}{4} = 36 \text{ kN}$$

a dosazením do (2) se získá

$$R_a + R_b - Q = 0$$

$$R_a = 48 - 36 = 12 \text{ kN}$$

S pomocí vyřešených hodnot reakcí lze získat průběhy posouvající síly V a ohybového momentu M , jak je uvedeno na obrázku 2. Poloha přechodového průřezu x , kde nabývá ohybový moment maximální hodnoty lze určit z rovnice

$$V(x) = 0 \quad (3)$$

Dosadí-li se do rovnice (3), tak poloha přechodového průřezu má hodnotu

$$R_a - q \cdot x = 0$$

$$x = \frac{12}{8} = 1,5 \text{ m}$$

Pro účely výpočtu deformace pomocí Mohrovy metody je zapotřebí určit bod y , kde funkce ohybového momentu M je rovna nule

$$M(y) = 0 \quad (4)$$

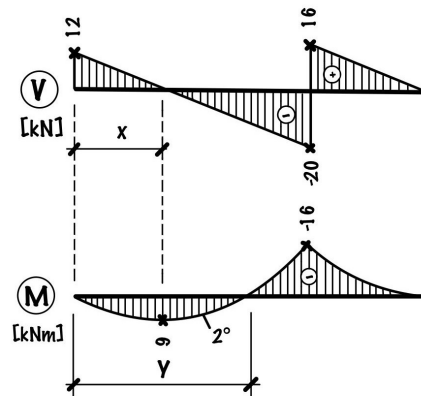
Rozepsáním rovnice (4) se dostane

$$R_a \cdot y - \frac{1}{2}q \cdot y^2 = 0$$

$$-4y^2 - 12y = 0$$

$$y(y - 3) = 0$$

Netriviálním řešením výše uvedené rovnice, které dává v našem případě smysl, je $y = 3$ m.



Obrázek 2: Průběhy vnitřních sil

Podstatou Mohrovy metody výpočtu deformace je zatížení fiktivního (duálního) nosníku ohybovými momenty M a určení průběhů posouvajících sil $\bar{V}$ a ohybových momentů $\bar{M}$, ze kterých se deformace spočítají dle vztahů

$$w(x) = \frac{\bar{M}(x)}{EI} \quad (5)$$

$$\varphi(x) = \frac{\bar{V}(x)}{EI} \quad (6)$$

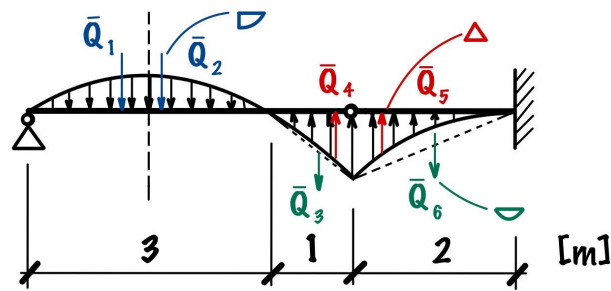
Příslušný zatížený fiktivní nosník má v daném případě podobu jak, je uvedeno na obrázku 3. Vzhledem k tomu, že se jedná o gerberův nosník s vloženým vnitřním kloubem, musí se výpočet provést dle fází výstavby od částí **nesených** po části **nesoucí** (viz obr. 4a). Hodnoty reakcí na nesené části lze určit pomocí momentových podmínek rovnováhy k bodům Ⓐ a Ⓑ.

$$\sum \bar{M}_{i,a} = 0 \quad (7)$$

$$\sum \bar{M}_{i,b} = 0 \quad (8)$$

Z rovnice (7) a s přihlédnutím k obrázku 4b, který ukazuje způsob výpočtu náhradních břemen od parabolického průběhu zatížení, plyne

$$\bar{R}_a = \frac{\bar{Q}_1(2,5 + \frac{3}{8}1,5) + \bar{Q}_2(1 + \frac{5}{8}1,5) + 0,5\bar{Q}_3 - \frac{1}{3}\bar{Q}_4}{4}$$



Obrázek 3: Fiktivní nosník

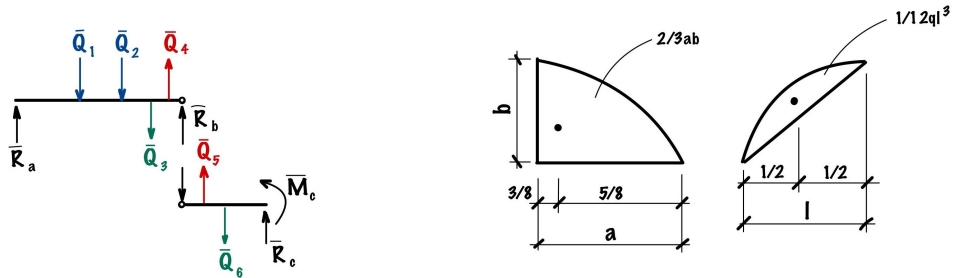
$$\overline{R}_a = \frac{9(2,5 + \frac{3}{8}1,5) + 9(1 + \frac{5}{8}1,5) + 0,5 \cdot 0,666 - \frac{1}{3}8}{4} = 10,667 \text{ kNm}^2$$

a z rovnice (8)

$$\overline{R}_b = \frac{\overline{Q}_1(\frac{5}{8}1,5) + \overline{Q}_2(1,5 + \frac{3}{8}1,5) + 3,5\overline{Q}_3 - \overline{Q}_4(3 + \frac{2}{3})}{4}$$

$$\overline{R}_b = \frac{9(\frac{5}{8}1,5) + 9(1,5 + \frac{3}{8}1,5) + 3,5 \cdot 0,666 - 8(3 + \frac{2}{3})}{4} = 0 \text{ kNm}^2$$

Hodnoty reakce $\overline{R}_c$ a momentu $\overline{M}_c$ na nesoucí části, která je konzolou, lze určit s pomocí silové



(a) Rozložení gerberova nosníku

(b) K výpočtu náhradních břemen

Obrázek 4: K výpočtu vnitřních sil na fiktivním nosníku

podmínky rovnováhy do svislého směru a momentové podmínky rovnováhy k bodu ©

$$\sum \overline{F}_{i,z} = 0 \quad (9)$$

$$\sum \overline{M}_{i,c} = 0 \quad (10)$$

Z rovnice (9) se tak získá

$$\overline{R}_c = \overline{Q}_6 - \overline{Q}_5 - \overline{R}_b = -10,667 \text{ kNm}^2, \text{ resp. } 10,667 \text{ kNm}^2(\downarrow)$$

a z rovnice (10) vyplývá

$$\overline{M}_c - \overline{Q}_5 \frac{2}{3} + \overline{Q}_6 \frac{1}{2} = 0$$

$$\overline{M}_c = \overline{Q}_5 \frac{4}{3} - \overline{Q}_6 = 16 \frac{4}{3} - 5,333 = 16 \text{ kNm}^3$$

Hledané hodnoty průhybu $w(c)$ a pootočení $\varphi(c)$ se získají dosazením do rovnic (5) a (6)

$$w(c) = \frac{\overline{M}_c(x)}{EI} = \frac{16}{4494} = 3,560 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\varphi(c) = \frac{\overline{V}_c(x)}{EI} = \frac{10,667}{4494} = 2,374 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$
